PROJETO DE PESQUISA

PÓS-DOUTORADO

ESTUDOS SOBRE A LÓGICA TRIVALENTE DE CHARLES S. PEIRCE

Candidato: JOSÉ RENATO SALATIEL (UFES)
Supervisor: EDELCIO GONÇALVES DE SOUZA (USP)

Documento apresentado como exigência parcial para Estágio de Pós-Doutorado na Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas (FFLH) - Departamento de Filosofia, da Universidade de São Paulo (USP).

Vitória - ES
2020

RESUMO: *O objetivo desta pesquisa é analisar as matrizes trivalentes de C. S. Peirce a partir do trabalho realizado por A. Turquette, avaliando-as no contexto dos sistemas lógicos não-clássicos e contribuindo para sua possível expansão teórica. Em 1966, M. Fisch e A. Turquette publicaram a descoberta de três páginas manuscritas de Peirce, datadas de 1909, nas quais o lógico norte-americano esboçava um sistema matricial de cálculo proposicional trivalente, antecedendo em mais de uma década os estudos em lógicas polivalentes de J. Łukasiewicz e E. Post. Nos anos seguintes, no período entre 1967 e 1988, Turquette examinou e desenvolveu esses rascunhos de Peirce em uma série de seis artigos científicos e duas conferências. Neles, Turquette sugeriu interpretações para os conectivos, refletiu sobre as motivações filosóficas, propôs uma axiomatização do cálculo e fez considerações de ordem metalógica sobre a lógica trivalente peirciana. Desde então, raros foram as pesquisas publicadas sobre o assunto, a despeito do interesse de lógicos e filósofos na obra de Peirce. A presente pesquisa divide-se em duas fases distintas. A primeira compreende uma análise dos referidos trabalhos de Turquette, visando sua reavaliação, e a segunda, sua expansão, tendo como parâmetro os avanços em lógicas polivalentes.*

PALAVRAS-CHAVE: *Lógica. Filosofia da Lógica. C. S. Peirce. Lógica trivalente. Sistemas lógicos não-clássicos.*

1. TEMÁTICA E JUSTIFICATIVA

1.1 Peirce como precursor de sistemas lógicos não-clássicos

O filósofo, lógico e matemático norte-americano Charles Sanders Peirce (1839-1914) vem sendo, nas últimas décadas, comumente citado como um dos criadores da lógica moderna, ao lado Frege, Russel e Hilbert, entre outros. E também, ainda que de forma mais reservada, apontado como um dos pioneiros das lógicas não-clássicas (D'OTTAVIANO, 2013).

A despeito de ser amplamente creditado por suas contribuições teóricas à lógica clássica, como o emprego de quantificadores, variáveis e o cálculo de relações (BRADY, 2000), as menções de Peirce relacionadas aos sistemas lógicos não-clássicos (ampliativos ou heterodoxos[1]), costumam ter pouca repercussão na comunidade de lógicos. Mesmo entre os estudiosos de sua obra filosófica, há escasso desenvolvimento teórico. Demonstra isso o fato de o principal tomo dedicado aos estudos de lógica de Peirce, editado por especialistas, não traz sequer um artigo a respeito de lógicas não-clássicas (HOUSER, ROBERTS e VAN EVRA, 1997).

---

[1] Por sistemas *ampliativos* queremos dizer aqueles que ampliam o vocabulário das linguagens formais clássicas, como as lógicas modais. Já por sistemas lógicos *heterodoxos* ou *alternativos* queremos dizer aqueles que operam com diferentes axiomas, regras e princípios, como as lógicas polivalentes, paraconsistentes e intuicionistas (cf. HAACK, 2002 e DA COSTA, 2008).

Essa lacuna é, em parte, compreensível, se considerarmos o fato de que o autor não chegou a elaborar tais sistemas. Ele apenas os deixou sugeridos em uma vasta quantidade de anotações e correspondências com outros lógicos e matemáticos do final do século 19.

De fato, evidências dessas tentativas remontam aos anos de 1890. Em especial, uma carta enviada a Francis C. Russel (1838-1920), cujo trecho foi reproduzido por Paul Carus. Nela, Peirce faz referência a esses experimentos:

> Antes de me ocupar com o estudo geral dos relativos, fiz algumas investigações sobre as consequências de supor que as leis da lógica são diferentes daquelas que são. Era um tipo de lógica não-aristotélica, no sentido que falamos de geometria não-euclidiana. Alguns desses desenvolvimentos tinham algo de interessante, mas não o suficiente para me convencer a publicá-los. (CARUS, 1910, p. 45).

Ainda assim, seus artigos publicados e correspondência com lógicos da época influenciaram, mesmo que indiretamente, alguns trabalhos pioneiros em sistemas não-clássicos do século 20. É o caso, por exemplo, da influência de Peirce sobre as pesquisas de Nicolai A. Vasiliev (1880-1940), um dos precursores da lógica paraconsistente (BAZHANOV, 1992), e da notável consonância das ideias de Peirce com a obra de L. E. J. Brouwer (1881 –1966) sobre topologia e teorias dos infinitesimais que levaram, no caso deste último, ao desenvolvimento da lógica intuicionista (MAYO-WILSON, 2011).[2]

1.2 As matrizes lógicas trivalentes de Peirce (1909)

Entre os experimentos de Peirce com "lógica não-aristotélica", destaca-se um conjunto de anotações sobre um projeto de uma lógica com três valores de verdade.

O uso de matrizes lógicas como ferramentas semânticas era familiar a Peirce. Ele foi um dos primeiros lógicos a empregar uma análise funcional-veritativa da proposição, independentemente de Frege, e fazer uma descrição do método de tabelas de verdade em cálculo proposicional – em texto datado de 1885[3], quase duas décadas antes de Russell e Wittgenstein (ANELLIS, 2001 e 2012 e BRADY, 2000, p. 125; cf. BÉZIAU, 2012).

Em um artigo publicado em 1966, Max Fisch e Atwell Turquette (FISCH &

---

[2] Paralelamente aos seus experimentos em lógica, Peirce, em seus escritos filosóficos, apontou uma revisão da aplicação universal dos princípios do Terceiro Excluído e da Não-Contradição (cf. LANE, 1997, 1999 e 2001a). Não parece, porém, que sejam esses os teoremas lógicos dos sistemas clássicos, mas uma versão dos princípios aristotélicos que são rejeitados pelo filósofo. De qualquer modo, a obra filosófica de Peirce terá um interesse meramente contextual, dado o recorte desta pesquisa.

[3] No artigo intitulado "On the Algebra of Logic: a Contribution to the Philosophy of Notation" (EP 1, 225-228; CP 3.359-403).

TURQUETTE, 1966) anunciaram a descoberta de três páginas manuscritas de Peirce, oriundas seu *Logic Notebook (1865-1909)*[4], que continham o rascunho de um sistema matricial de cálculo proposicional complexo, datadas de 23 de fevereiro de 1909 (ver ANEXO). Essas matrizes generalizam as tabelas de valores de verdade duais (o verdadeiro e o falso) para valores de verdade triádicos (o verdadeiro, o falso e o indeterminado).

As tabelas rascunhadas sugerem um complexo sistema lógico trivalente, que Peirce chamou de "lógica triádica" (*triadic logic*), nunca publicado ou sequer elaborado pelo autor. Elas antecedem em mais de uma década a publicação de trabalhos similares de seus colegas poloneses, Jan Łukasiewicz (1920) e Emil L. Post (1921).

O sistema matricial de Peirce consiste de um conjunto de tabelas de verdade nas quais, além dos valores de verdade designados, que ele chamou de *verum* ("V") e *falsum* ("F"), adiciona-se o terceiro valor "L", que chamou de "limite". Esse terceiro valor corresponderia a uma incapacidade de determinar se uma proposição é verdadeira ou falsa. Tal leitura reforçaria uma interpretação epistêmica, que adotarei como hipótese desta pesquisa.

Para as tabelas são estabelecidos quatro conectivos unários de negação, dois deles de negação *completa* (representada pelo símbolo [´]), que transforma todos os valores de verdade, e outros dois de negação *parcial* (representado pelo símbolo [*]), que transforma parcialmente os valores de verdade. Essas negações parciais ou fracas antecedem os estudos contemporâneos de sistemas paraconsistentes e paracompletos.

Outros seis conectivos binários, indicados por letras gregas, completam o cálculo. Eles correspondem a dois tipos de disjunção {Θ e ϒ} e de conjunção {Ω e Z}, e outros dois cuja função é incerta {Ψ e Φ}, pois seriam, em princípio, redundantes[5]. Essas tabelas seriam posteriormente descobertas por outros lógicos, incluindo Bochvar, Halldén, Klenne e Körner (cf. FISCH & TURQUETTE, 1966; TURQUETTE, 1969; e LANE, 2001).

1.3 As investigações de Turquette (1967-1988)

Nos anos seguintes a essa publicação, o lógico norte-americano Atwell R. Turquette (1914-2014) publicou uma série de seis artigos e ministrou duas conferências, entre os anos de 1967 e 1988, nos quais analisava e estendia o sistema matricial apenas esboçado por Peirce. Desde então, raros foram os trabalhos publicados sobre o assunto. Os principais resultados dos estudos de

[4] O *Logic Notebook* (1865-1909), assim como os demais manuscritos de Peirce, estão depositados no Departamento de Filosofia da Universidade de Harvard. Os microfilmes digitalizados podem ser consultados no site da Houghton Library: http://iiif.lib.harvard.edu/manifests/view/drs:15255301$1i, catalogado como MS. 339.

[5] Turquette sugere que esses operadores adicionais, em conjunto com os outros quatro e ordenados em pares {Φ, Θ}, {Ψ, Z} e {Ω, ϒ}, teriam como objetivo garantir a completa funcionalidade do sistema (TURQUETTE, 1967).

Turquette sobre a lógica trivalente de Peirce, recolhidos a partir de um exame prévio da literatura, são os seguintes:

TRABALHOS DE A. TURQUETTE SOBRE A LÓGICA TRIVALENTE DE PEIRCE	
FONTE	**SÍNTESE DOS RESULTADOS**
FISCH; TURQUETTE, (1966)	Descoberta da lógica trivalente nos manuscritos de Peirce e análises iniciais, mostrando que os resultados alcançados pelo autor haviam sido redescobertos, uma década depois, por outros lógicos; sugestão de uma interpretação modal das matrizes e de possível influência da lógica tridimensional de Hugh McColl (1837-1909), com quem Peirce se correspondia (cf. ARNELLIS, 2011).
TURQUETTE, (1967)	Exame de dois operadores "misteriosos" nas matrizes trivalentes de Peirce, Φ (phi) e Ψ (psi), que teriam funções metalógicas de garantir a completude do cálculo (ainda que Peirce não tenha sugerido, ao longo de sua obra, preocupação com questões de metalógica).
TURQUETTE, (1969)	Análise mais completa das anotações sugerem que as matrizes podem originar diferentes sistemas de cálculos trivalentes, funcionalmente completos; primeira sugestão de uma interpretação epistêmica do valor de verdade "L".
TURQUETTE, (1972)	Considerações sobre relações duais e triádicas entre os operadores, contribuindo para a compreensão do emprego de diferentes operadores de negação e operadores diádicos no cálculo.
TURQUETTE, (1973 e 1976)	Introdução de tabela para implicação material no cálculo (Peirce, apesar de usar a implicação em sua lógica dos relativos, introduz nas matrizes apenas tabelas equivalentes a negação, conjunção e disjunção).
TURQUETTE, (1976 e 1978)	Axiomatização da lógica trivalente de Peirce. Primeira sugestão de que a motivação estaria relacionada com a lógica do *continuum* e cálculo de infinitesimais, retomada, no final dos anos 1990, por Lane (1999) no contexto de uma discussão filosófica.
TURQUETTE, (1981)	Introdução de quantificadores no cálculo triádico axiomatizado.
TURQUETTE, (1988)	Discussão sobre uso de valores de verdade *verum* e *falsum* (além do terceiro valor, limite), ao invés de verdadeiro e falso, cujo intuito seria formalizar uma lógica alternativa não-bivalente.

Este é, em suma, o estado da arte do tema a ser pesquisado. A relevância desta proposta de trabalho está no escasso material bibliográfico que dispomos sobre a lógica trivalente de Peirce e suas possíveis conexões com os sistemas lógicos não-clássicos contemporâneos. No Brasil, apenas três artigos – Salatiel

(2011 e 2017); e Octavianno (2013) – estão disponíveis aos pesquisadores, não chegando a constituir, porém, um debate. No último, é apenas sugerida uma relação entre as matrizes de Peirce e sistemas lógicos paracompletos e paracosistentes.

Paralelamente aos artigos de Turquette, as motivações filosóficas de Peirce, com exceção do artigo original de Fish e Turquette (1966), tiveram um enfoque em quatro artigos de Robert Lane (1997, 1999, 2001a e 2001b). Essas questões, entretanto, terão um interesse secundário nesta pesquisa, ainda que relevante para a elaboração de contextos teóricos.

1.4 Justificativa

Dado que o tema desta pesquisa interessa tanto pesquisadores da área de Lógica quanto de Filosofia, entendemos que ela vai contribuir com material significativo, não somente para estudiosos da obra de Peirce, como também para acadêmicos interessados em sistemas lógicos não-clássicos.

A presente proposta é uma continuidade ao trabalho de pesquisa sobre Peirce iniciado em meu doutorado (2004-2008) na PUC-SP, e retomado, recentemente, na Universidade Federal do Espírito Santo (UFES). Este projeto se insere também, de maneira transversal, na atual pesquisa do prof. Dr. Edelcio Gonçalves de Souza, requerido supervisor desta pesquisa, sobre lógicas paraconsistentes (DE SOUZA *et al*, 2019, 2016).

2. OBJETIVOS E HIPÓTESES

2.1 Objetivos: gerais e específicos

O objetivo geral desta pesquisa é revisar os trabalhos de Turquette sobre a lógica trivalente de Peirce. Com isso, proponho uma continuidade e eventual aprimoramento dessas pesquisas, tendo em vista um desenvolvimento da proposta inicial de Peirce, e uma reavaliação da lógica trivalente peirciana no contexto do debate contemporâneo sobre sistemas lógicos não-clássicos.

Divido os objetivos específicos em dois grupos, que chamarei de (1) metas exploratórias e (2) metas expansivas:

1) METAS EXPLORATÓRIAS:
• Estudo detalhados dos manuscritos de Peirce.
• Análise dos artigos de Turquette.
• Leitura e interpretação das negações parciais ou fracas.

• Leitura epistêmica do valor de verdade "limite".
2) META EXPANSIVAS:
• Elaboração de uma semântica formal para a lógica trivalente de Peirce.
• Estudo de sistemas dedutivos de prova não-axiomáticos, como dedução natural e tablôs semânticos.
• Exame de propriedades metalógicas das matrizes trivalentes, como completude e decidibilidade.

O grupo (1) objetiva a análise e interpretação dos manuscritos originais de Peirce e dos artigos e resumos de Turquette, relacionados anteriormente. Inclui ainda interpretações das negações parcial[6] e completa das matrizes peircianas (TURQUETTE, 1967, p. 67), almejando sua correta leitura como fundamental peça para o entendimento completo das matrizes. E também uma leitura epistêmica do valor de verdade "limite", conforme estabelecido por Peirce e, segundo Turquette, compreendido como um operador de incerteza (1969, p. 208).

O segundo grupo (2) objetiva simplificar e expandir os cálculos elaborados por Turquette, explorando hipóteses, algumas formuladas pelo autor, e dando, assim, continuidade ao desenvolvimento e tratamento axiomático conferido à lógica trivalente peirciana. Esse grupo de objetivos inclui também: (i) uma transposição sintática da notação polonesa, usada por Turquette, para uma notação mais usual e moderna; (ii) a exploração de diferentes métodos de prova, com base em modernas pesquisas em lógica trivalente; (iii) a composição de uma semântica compreensível para os diferentes cálculos oriundos das matrizes; e (iv) consideração de ordem metalógica.

2.2 Problema e hipótese

O problema geral desta pesquisa é entender o significado da lógica trivalente peirciana no âmbito histórico e conceitual das lógicas heterodoxas do século 20, em especial as lógicas polivalentes (BERGMANN, 2008).

A hipótese principal é a de que as matrizes trivalentes de Peirce, conforme elaboradas na pesquisa de Turquette em diferentes cálculos funcionalmente completos, podem oferecer avanços para os estudos sobre lógicas não-clássicas. Uma considerável parte dessas conjecturas foi apenas sugerida na literatura

[6] Escritos filosóficos de Peirce fortalecem a hipótese de que as negações parciais das matrizes peircianas seriam interpretadas como negações intuicionistas, na qual rejeita-se o Princípio do Terceiro Excluído (LANE, 1999; SALATIEL, 2017). Essa abordagem tomaria os casos de fronteira (*borderline*) e vagueza como campo de aplicação da lógica trivalente peirciana.

avaliada para esta pesquisa. Essa abertura de um campo fecundo de estudos, conforme sugiro, está expressa na seguinte passagem, que consta no parágrafo final do último artigo escrito por Turquette sobre o assunto (TURQUETTE, 1981, p. 381):

> Uma avaliação mais precisa [...] depende de estudos mais aprofundados sobre a complexa estrutura desses sistemas [...]. Em todo caso, esses sistemas axiomáticos possuem certa elegância formal que sugere fortemente a possibilidade de outras interpretações igualmente interessantes.

3. METODOLOGIA

Este projeto baseia-se em pesquisa bibliográfica e documental. O primeiro estágio da pesquisa compreende uma análise documental dos manuscritos de Peirce, em particular o *Logic Notebook (1865-1909)* (disponível online em: http://andersonfam.me/display/read_work?work_id=149) e a leitura e exame detalhados dos seis artigos e resumos expandidos de duas conferências proferidas por Turquette sobre o tema. Essa fase também compreende um exame minucioso das matrizes trivalentes peircianas e do sistema axiomático de Turquette.

O segundo estágio envolve a síntese crítica e tentativas de expansão, nos campos da semântica e da teoria da dedução, dos resultados obtidos por Turquette. Essa fase, de cunho mais técnico, prevê a simplificação notacional, a formalização semântica em sistemas de dedução natural e tablôs, e provas de completude e correção.

4. PLANO DE TRABALHO E CRONOGRAMA DE ATIVIDADES

O plano de trabalho inclui as seguintes atividades acadêmicas a serem desenvolvidas no período de estágio pós-doutoral no Departamento de Filosofia do FFLH-USP:

ATIVIDADES ACADÊMICAS
1. Participação em grupos de estudo e reuniões acadêmicas.
2. Divulgação parcial dos resultados da pesquisa em colóquios e congressos regionais e nacionais.
3. Realização de outras atividades acadêmicas, letivas e de orientação, de acordo com eventuais demandas.
4. Organização ou co-organização de mini-curso e/ou colóquio em eventual parceria USP-UFES.

5. Divulgação dos resultados da pesquisa na forma de dois artigos científicos a serem submetidos a periódicos acadêmicos de estratos superiores Qualis-Capes (A2-A1).

O cronograma de atividades de pesquisas é organizado como segue:

ATIVIDADES DE PESQUISA
1. Leitura e apontamentos das anotações de Peirce.
2. Leitura e apontamentos dos artigos e comunicações de autoria de Turquette.
3. Estudos sobre as matrizes trivalentes peircianas e do desenvolvimento axiomático realizado por Turquette.
4. Elaboração de relatório parcial de pesquisa (primeiro artigo).
5. Estudos de semântica para as matrizes trivalentes.
6. Avaliação de técnicas de demonstração em dedução natural e tablôs semânticos.
7. Estudos de propriedades metalógicas dos sistemas de cálculo trivalente peirciano.
8. Elaboração de relatório final de pesquisa (segundo artigo).

CRONOGRAMA

Atividades (2021/22)	Mar	Abr	Maio	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez	Jan	Fev
1	X											
2		X	X									
3				X	X							
4						X						
5							X					
6								X	X			
7										X	X	
8												X

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

A) Fontes primárias:

FISCH, M. e TURQUETTE, A. Peirce's triadic logic. *Transactions of the Charles S. Peirce Society*, v. II. n. 2, p. 71-85, 1966.

TURQUETTE, A. Peirce's Phi and Psi operators for triadic logic. *Transactions of the Charles S. Peirce Society*, v. 3, n, 2, p. 66-73, 1967.

______. Peirce's complete systems of triadic logic. *Transactions of the Charles S. Peirce Society*, v. 5, n, 4, p. 199-210. 1969.

______. Dualism and trimorphism in Peirce's triadic logic. *Transactions of the Charles S. Peirce Society*, v. 8, n. 3, p. 131-140. 1972.

______. Implications for Peirce's triadic logic (abstract). *International Federation of Philosophical Societies*: abstracts of communications presented at the XVth World Congress of Philosophy, Varna, Sofia. Bulgarian Organizing Committee, n. 408, 1973

______. Minimal axioms for Peirce's triadic logic. *Zeitschrift für mathe- matische Loßik und Grundlagen der Mathematik*, v. 22, p. 169-176, 1976.

______. Alternative axioms for Peirce's triadic logic. *Zeitschrift für mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik*, v. 24, p. 443-444, 1978.

______. Quantification for Peirce's preferred system of triadic logic. *Studia Logica*, v. 40, p. 373-382, 1981.

______. Defining Peirce's verum. *Philosophie et Culture*: actes du XVIIe Congrès Mondial de Philosophie, v. 2, p. 842-845, 1988.

PEIRCE, C. S. *The Charles S. Peirce papers* (microfilm edition). Cambridge: Harvard University Library Photographic Service, 1966. Disponível em: http://andersonfam.me/display/read_work?work_id=149. [Citado como MS seguido do número da página.]

B) Outras obras de Peirce

PEIRCE, C. S. *Collected papers*. 8 vols. HARTSHORNE, Charles; HEISS, Paul and BURKS, Arthur (eds.). Cambridge: Harvard University Press, 1931-1958. [Citado como CP, seguido do número do volume e do número do parágrafo.]

______. *Essential Peirce*. HOUSER, Nathan; KLOESEL, Christian (eds.). Vol. 1 (1867-1893). Bloomington: Indiana University Press, 1992. [Citado como EP 1, seguido do número da página.]

______. *Essential Peirce*. The PEIRCE Edition Project (eds.). Vol. 2 (1893-1913). Bloomington: Indiana University Press, 1998. [Citado como EP 1, seguido do número da página.]

PEIRCE, C. S. *The new elements of mathematics by Charles S. Peirce*. 4 vols. EISELE, Carolyn (ed.). Bloomington: Indiana University Press, 1976. [Citado como NEM seguido do volume e número da página.]

______. *Philosophy of Mathematics*: selected writings. MOORE, Matthew E. (ed.). Indiana University Press: Bloomington and Indianapolis, 2010. [Citado como PM, seguido do número do parágrafo.]

C) Fontes secundárias:

ANELLIS, I. H. The genesis of the truth-table device. *Russell: the Journal of the Russell Archives*, n. 24, p. 55–70, Summer 2001. Disponível em: https://escarpmentpress.org/russelljournal/article/viewFile/2056/2081. Acesso em: Jun. 2017

______. MacColl's influences on Peirce and Schröder. *Philosophia Scientiæ Travaux d'histoire et de philosophie des sciences*, v. 15, n.1, p. 97-128, 2011.

______. Peirce's truth-functional analysis and the origin of the truth table. *History and Philosophy of Logic*, v. 33, n. 1, p. 87-97, February 2012. Disponível em: http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/01445340.2011.621702?journalCode=thpl20. Acesso em: Jun. 2017.

BÉZIAU, J.-Y. History of truth-values. In: GABBAY, D.M.; PELLETIER, F. J.; WOODS, J. (eds.). *Handbook of the History of Logic*, v. 11. Elsevier: Amsterdam, 2012. p. 233-305.

BAZHANOV, V A. C. S. Peirce's influence on the logical work of N. A. Vasiliev. *Modern Logic*, v. 3, n. 1, 1992, p. 45-51.

BERGMANN, M. *An introduction to many-valued and fuzzy logic*: Semantic, algebras and derivation systems. Cambridge: Cambridge University Press, 2008.

BRADY, G. *From Peirce to Skolem*: a neglected chapter in the History of Logic. North Holland: Elsevier, 2000.

CARUS, P. C. The nature of logical and mathematical thought. *The Monist*, v. 20, p. 33–75, 1910.

DA COSTA, Newton C. A. *Ensaio sobre os fundamentos da lógica*. 3ª ed. São Paulo: Hucitec, 2008.

DE SOUZA, E. G.; COSTA-LEITE, A.; DIAS, D. H. B. Paradeduction in axiomatic formal systems. *Logique & Analyse*, v. 246, p. 161-176, 2019.

______. On a paraconsistentization functor in the category of consequence structures. *Journal of Applied Non-Classical Logics*, v. 26, p. 240-250, 2016.

D'OTTAVIANO, I. M. L. Sobre a "lógica trivalente" de Charles Peirce. Conferência originalmente proferida com o título "O sistema trivalente de Peirce: um precursor das lógicas não clássicas?” no *15º Encontro Internacional sobre Pragmatismo* (PUC-SP), em 05 Nov. 2013. Disponível em: https://www.pucsp.br/pragmatismo/dowloads/eip_15/15th_imp_itala_d_ottaviano_sobre_a_logica_trivalente_de_charles_peirce.pdf. Acesso em: 16-04-20.

HAACK, Susan. *Filosofia das lógicas*. São Paulo: UNESP, 2002.

HOUSER, N.; ROBERTS, D.; EVRA, J. V. (Ed.). *Studies in the logic of Charles Sanders Peirce*. Bloomington and Indianapolis: Indiana University Press, 1997.

KLEENE, S C. *Introduction to Metamathematics*. D. Van Nostrand: Princeton, NJ, 1952.

LANE, R. Peirce’s “Entanglement” with the Principles of Excluded Middle and Contradiction. *Transactions of the Charles S. Peirce Society*, v. XXXIII, n. 3, p. 680-703, Summer 1997.

______. Peirce’s triadic logic revisited. *Transactions of the Charles S. Peirce Society*, v. XXXV, n. 2, p. 284-311, Spring, 1999

______. Principles of Excluded Middle and Contradiction. In: BERGMAN, M. & QUEIROZ, J. (eds.). *The Commens Encyclopedia: The Digital Encyclopedia of Peirce Studies. New edition*, 2001a. Disponível em: http://www.commens.org/encyclopedia/article/lane-robert-principles-excluded-middle-and-contradiction. Acesso em: 15 abr. 2020.

LANE, R. Triadic logic. In: BERGMAN, M. & QUEIROZ, J. (eds.). *The Commens Encyclopedia: The Digital Encyclopedia of Peirce Studies. New edition*, 2001b. Disponível em: http://www.commens.org/encyclopedia/article/lane-robert-triadic-logic. Acesso em: 15 abr. 2020.

ŁUKASIEWICZ, J. On 3-valued logic. *Ruch Filosoficzny*, v. 5, p. 169–171, 1920. English translation: On Three-valued logic. In: BORKOWSKI, L. (ed.) *Selected works*. Orth-Holland Publishing Company: Amsterdan-London, 1970. p. 87-88.

MAYO-WILSON, Conor. Peirce and Brouwer. September 5, 2011. Disponível em: https://faculty.washington.edu/conormw/Papers/Peirce_Brouwer.pdf. Acesso em: 16-04-20.

POST, E. L. Introduction to a general theory of elementary propositions. *American Journal of Mathematics*, v. 43, n. 3, Jul. 1921, p. 163-185. Reprinted in: HEIJENOORT, Jean van (ed.). *From Frege to Gödel*: a source book in mathematical logic, 1879-1931. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1967. p. 264-283.

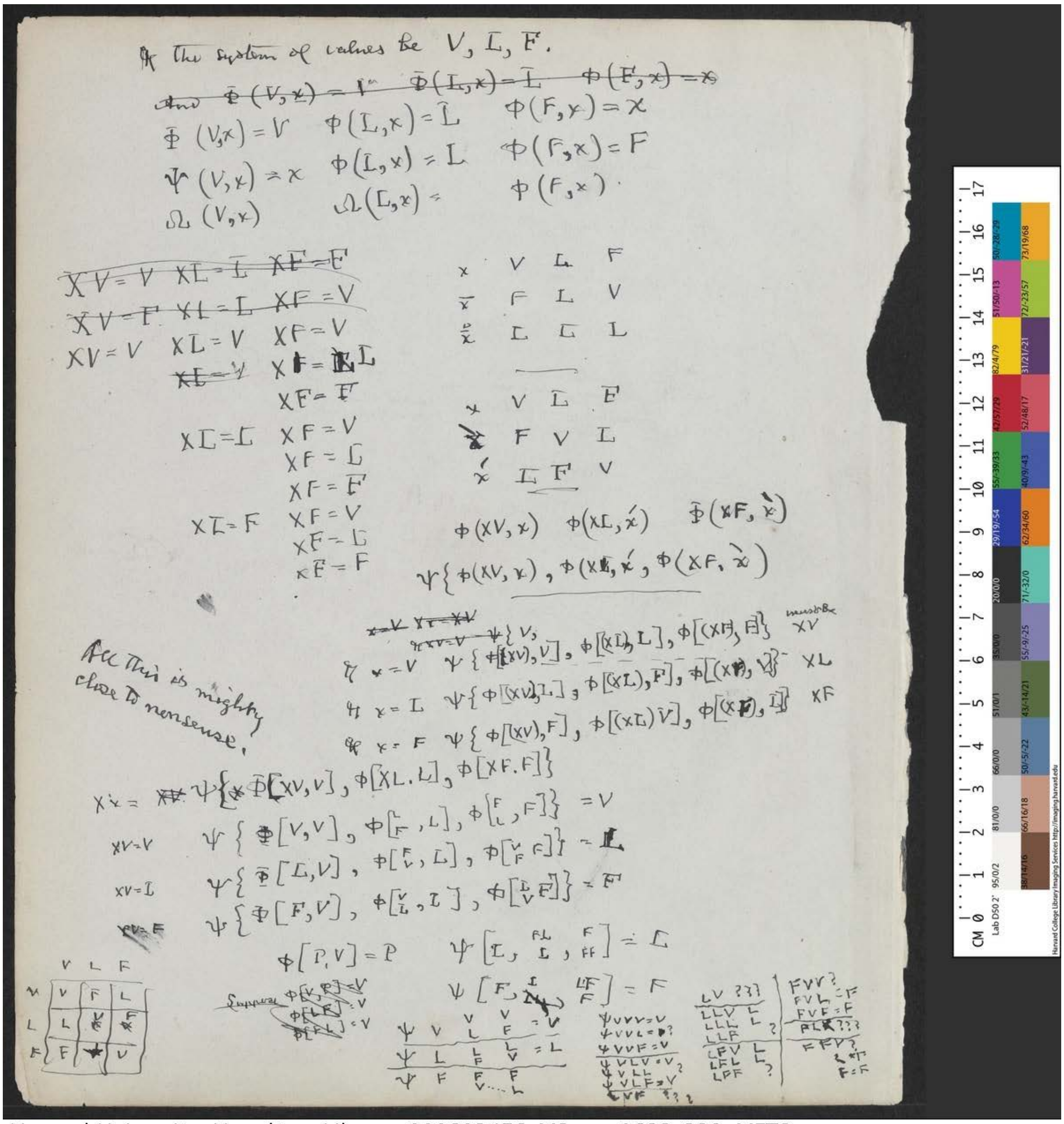
SALATIEL, J. R. Aspectos da lógica trivalente de C. S. Peirce. *Kínesis*: Revista de Estudos dos Pós-Graduandos em Filosofia, v. 3, p. 31-42, 2011.

______. Tempo, modalidade e lógica trivalente em Peirce e Łukasiewicz. *Kínesis*: Revista de Estudos dos Pós-Graduandos em Filosofia, vol. IX, n. 20, Jul. 2017, p. 151-173.

6. ANEXO

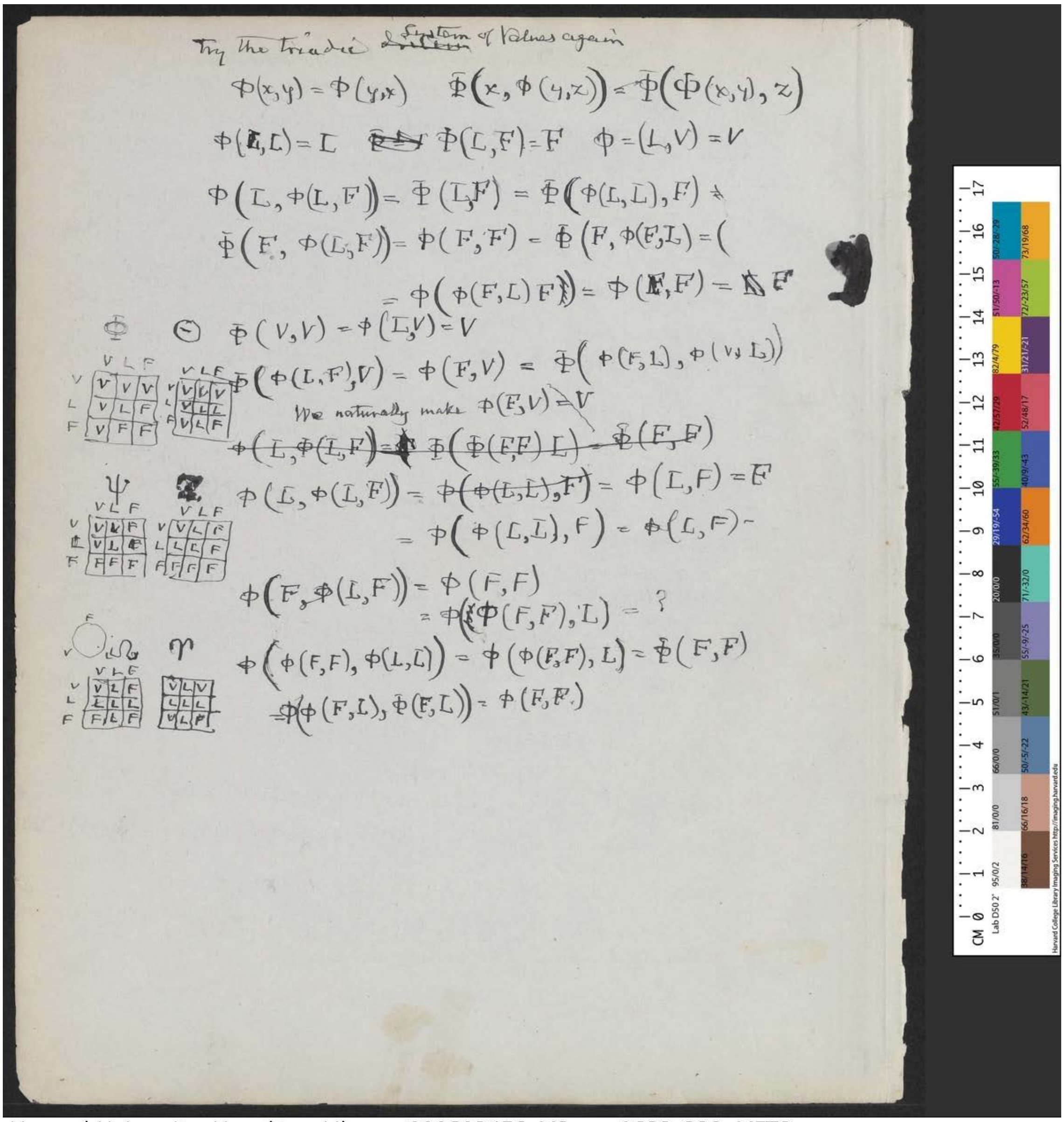
Reproduções do "Logic Notebook", 1865-1909. MS 339.
http://iiif.lib.harvard.edu/manifests/view/drs:15255301$1i

PÁGINA 1:



Harvard University, Houghton Library, 000602456_MS_am_1632_339-METS

PÁGINA 2:



Try the triadic ~~Doctrine~~ System of Values again

$$\Phi(x,y)=\Phi(y,x) \qquad \Phi(x,\Phi(y,z))=\Phi(\Phi(x,y),z)$$

$$\Phi(L,L)=L \qquad \Phi(L,F)=F \qquad \Phi=(L,V)=V$$

$$\Phi(L,\Phi(L,F))=\Phi(L,F)=\Phi(\Phi(L,L),F)$$

$$\Phi(F,\Phi(L,F))=\Phi(F,F)=\Phi(F,\Phi(F,L)=($$

$$=\Phi(\Phi(F,L)F))=\Phi(F,F)=F$$

Φ ⊖ $\Phi(V,V)=\Phi(L,V)=V$

	V	L	F
V	V	V	V
L	V	L	F
F	V	F	F

	V	L	F
V	V	V	V
L	V	L	L
F	V	L	F

$$\Phi(\Phi(L,F),V)=\Phi(F,V)=\Phi(\Phi(F,L),\Phi(V,L))$$

We naturally make $\Phi(F,V)=V$

$$\cancel{\Phi(L,\Phi(L,F))=\Phi(\Phi(F,F)L)=\Phi(F,F)}$$

Ψ

	V	L	F
V	V	L	F
L	V	L	F
F	F	F	F

	V	L	F
V	V	L	F
L	L	L	F
F	F	F	F

$$\Phi(L,\Phi(L,F))=\cancel{\Phi(\Phi(L,L),F)}=\Phi(L,F)=F$$

$$=\Phi(\Phi(L,L),F)=\Phi(L,F)$$

$$\Phi(F,\Phi(L,F))=\Phi(F,F)$$

$$=\Phi(\Phi(F,F),L)=\ ?$$

♈

	V	L	F
V	V	L	F
L	L	L	L
F	F	L	F

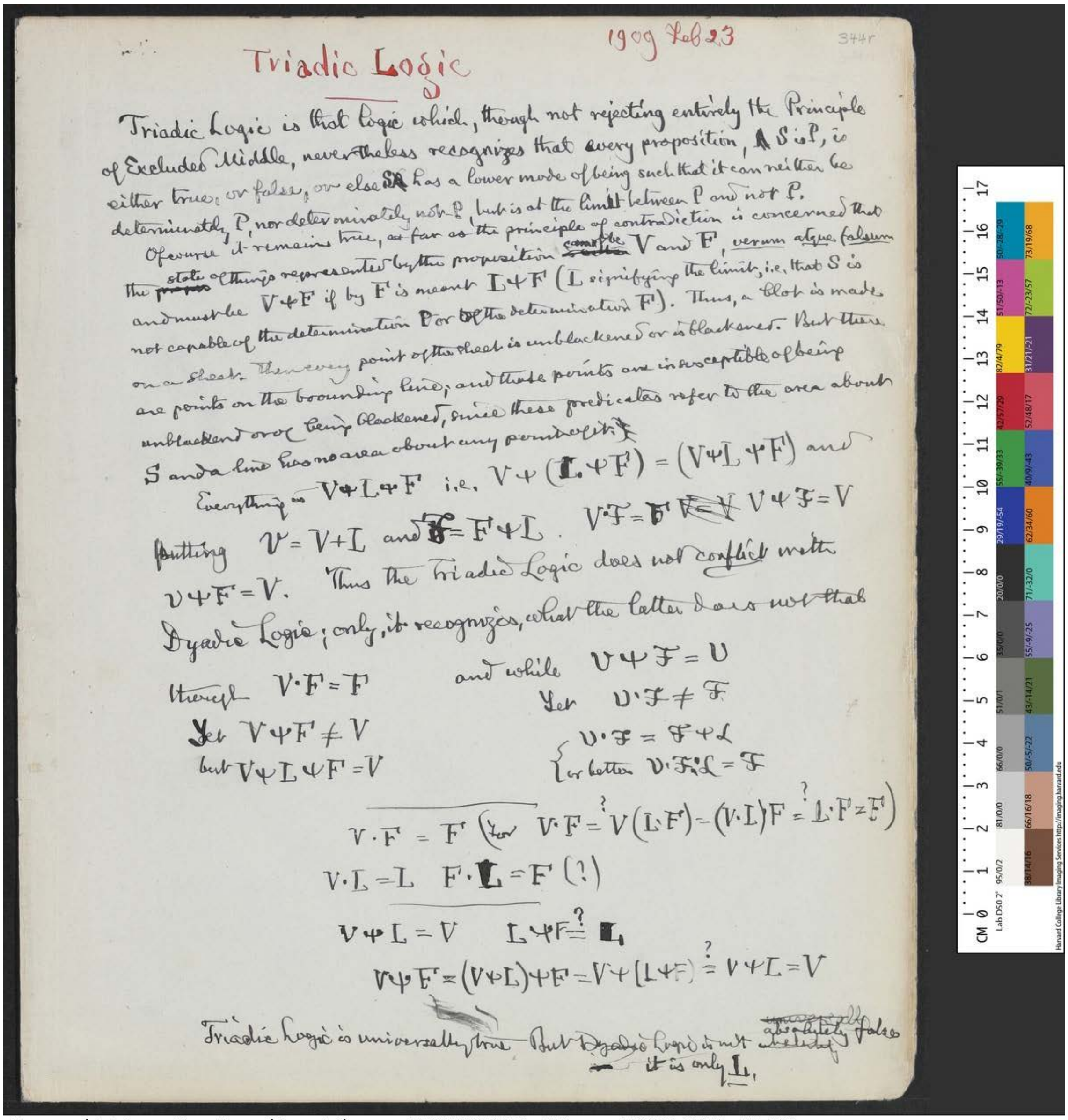
V	L	V
L	L	L
V	L	F

$$\Phi(\Phi(F,F),\Phi(L,L))=\Phi(\Phi(F,F),L)=\Phi(F,F)$$

$$=\Phi(\Phi(F,L),\Phi(F,L))=\Phi(F,F)$$

Harvard University, Houghton Library, 000602456_MS_am_1632_339-METS

PÁGINA 3:



1909 Feb 23 344r

Triadic Logic

Triadic Logic is that logic which, though not rejecting entirely the Principle
of Excluded Middle, nevertheless recognizes that every proposition, S is P, is
either true, or false, or else ~~SA~~ has a lower mode of being such that it can neither be
determinately P, nor determinately not-P, but is at the limit between P and not P.
Of course it remains true, as far as the principle of contradiction is concerned that
the ~~propos~~ state of things represented by the proposition ~~cannot be~~ V and F, *verum atque falsum*
and must be V+F if by F is meant L+F (L signifying the limit, i.e. that S is
not capable of the determination P or of the determination F). Thus, a blot is made
on a sheet. Then every point of the sheet is unblackened or is blackened. But there
are points on the bounding line, and these points are insusceptible of being
unblackened or of being blackened, since these predicates refer to the area about
S and a line has no area about any point of it.

Everything is V+L+F i.e. V+(L+F) = (V+L+F) and
putting V = V+L and F = F+L. V·F = F ~~V = V~~ V+F = V
V+F = V. Thus the Triadic Logic does not conflict with
Dyadic Logic; only, it recognizes, what the latter does not that

though V·F = F and while V+F = V
Yet V+F ≠ V Yet V·F ≠ F
but V+L+F = V V·F = F+L
or better V·F·L = F

V·F = F (for V·F =? V(L·F) = (V·L)F =? L·F = F)
V·L = L F·L = F (?)

V+L = V L+F =? L
V+F = (V+L)+F = V+(L+F) =? V+L = V

Triadic Logic is universally true. But Dyadic Logic is not ~~universally~~ absolutely false
it is only L.

Harvard University, Houghton Library, 000602456_MS_am_1632_339-METS