

Expressivismo Matemático: Atividade Dedutiva e Construção de Modelos

Daniel A. Nagase

30 de outubro de 2024

1 Enunciado do Problema

O objetivo desta pesquisa é articular e defender uma forma de *expressivismo matemático*, isto é, a tese segundo a qual teorias matemáticas são melhor compreendidas como *expressando normas* que guiam nossa prática matemática. Por um lado, defenderemos que as teorias matemáticas servem como normas para a *atividade dedutiva*, ou seja, como *justificação* para nossas asserções matemáticas. Por outro lado, defenderemos também que as teorias matemáticas servem como normas para a *atividade definicional*, isto é, para a construção de tipos de estruturas matemáticas.¹ Em resumo, a hipótese principal deste trabalho é:

Hipótese Principal: O melhor modo de se compreender os enunciados matemáticos é os compreendendo como *expressando normas* e não como *representando uma realidade*.

Além disso, temos a seguinte hipótese subsidiária:

Hipótese Subsidiária: As normas expressas em enunciados matemáticos possuem dois aspectos: por um lado, guiam a atividade *dedutiva*, por outro, guiam a *construção de modelos*.

No que segue, explicaremos um pouco mais detidamente cada uma das hipóteses acima, começando com uma caracterização geral do expressivismo.

¹Esta tese é um tipo de expressivismo, já que sustenta que asserções matemáticas *expressam* a aceitação de um sistema de normas que permite ou exige tais asserções. A referência básica aqui são os estudos de Gibbard (1990, 2003) sobre expressivismo meta-ético, ainda que uma inspiração mais próxima para este trabalho seja Brandom (1994, 2008). Ver também Flocke (2020) para uma análise bastante interessante do não-cognitivismo de Carnap.

1.1 Expressivismo

Podemos caracterizar uma atitude expressivista com relação a uma dada prática discursiva segundo dois aspectos, um negativo e positivo. Segundo o aspecto *negativo*, adotar uma atitude expressivista com relação a uma dada prática discursiva é simplesmente negar que tal prática tenha como critério de correção a verdade; em outras palavras, essa prática discursiva não é *apta para a verdade*. Ou, caso se aceite, com os empiristas,² que todo conhecimento se reduz ao conhecimento lógico ou empírico, a atitude expressivista se resume a dizer que uma dada prática discursiva não é cognitiva. Segundo o aspecto *positivo*, adotar uma atitude expressivista com relação a uma dada prática discursiva é dizer que um enunciado no interior desta prática *expressa* uma atitude do falante. No nosso caso, em especial, adotaremos a tese segundo a qual um enunciado caracterizado do ponto de vista expressivista expressa a *aceitação de um sistema de normas* (Gibbard 1990, esp. p. 83ss).

Essa caracterização já nos permite enunciar uma série de perguntas que serão relevantes para este projeto. No que se segue, enunciaremos tais questões, seguidas das hipóteses que pretendemos explorar.

Questão Expressivista 1: O que caracteriza uma *prática* e, em particular, uma *prática discursiva*?

Hipótese Expressivista 1: Uma das caracterizações mais frutíferas que conhecemos de práticas vem de MacIntyre (1981/2007, p. 187ss). Segundo MacIntyre, uma *prática* é, em essência, uma forma complexa, coerente e estabelecida de atividade humana na qual os agentes cooperam para realizar um dado interesse comum. Essa é uma caracterização particularmente relevante para nosso projeto, já que permite, em primeiro lugar, especificar as normas de uma prática a partir do *interesse comum* que a estrutura e, em segundo lugar, diferenciar as práticas entre si fazendo apelo, justamente, aos diversos interesses que as guiam.³

Hipótese Expressivista 2: Propomos explorar a hipótese segundo a qual o que é distintivo de uma prática discursiva é, por um lado, seu interesse *comunicacional*, entendido aqui no sentido griceano (Grice 1957/1989) de um interesse em manifestar e reconhecer intenções para alterar as atitudes de outrem,⁴ e, por outro lado, a utilização de um aparato linguístico

²Ver Carnap (1963, p. 999) para um enunciado particularmente claro dessa ideia. Para um histórico interessante do expressivismo, ver Price (no prelo).

³É claro, essa noção de MacIntyre não é a única noção de prática e parte do projeto consistirá, justamente, em compará-la com outras propostas, especialmente as noções de *ação social* e *convenção* de Gilbert (1989), a noção de *jogo de linguagem* de Wittgenstein (1953/1967) e a própria noção de prática de Thompson (2008), entre outras referências.

⁴Ver Harris (no prelo) para uma recente defesa robusta deste programa.

para a realização deste interesse.⁵

Questão Expressivista 2: O que significa *aceitar um sistema de normas*?

Hipótese Expressivista 3: Estipulemos que as *opções* de um agente sejam as ações que ele considera como possíveis em uma dada situação. Uma *norma* é uma restrição (possivelmente nula) das opções de um agente em uma dada situação. Dizer que um agente *aceita um sistema de normas* é dizer, então, que ele *restringe* suas opções de acordo com as normas deste sistema.⁶

Se nossas hipóteses estiverem corretas, obtemos assim que uma abordagem expressivista de uma prática discursiva dada é uma explicação sobre os enunciados que compõem essa prática discursiva comunicam a maneira como os agentes engajados nessa prática restringem suas ações a partir de certas normas. Uma observação interessante é que nada nessa hipótese nos obriga a aceitar o aspecto *negativo* do expressivismo, já que poderia ocorrer de uma dada prática comunicacional possuir ao mesmo tempo um aspecto cognitivo e um aspecto expressivo. Isso nos leva a:

Questão Expressivista 3: Será possível caracterizar uma dada prática discursiva como ao mesmo tempo expressando a aceitação de certas normas e como tendo interesses cognitivos? Se sim, como conjugar esses aspectos?

Hipótese Expressivista 4: Sim, é possível destacar esses aspectos, ao menos se pensarmos esses interesses cognitivos de maneira bem minimal.⁷ Em particular, esses interesses não podem envolver uma noção substancial de fato correspondendo ao domínio de discurso dado.⁸

Essas quatro hipóteses formam assim o núcleo fundacional do nosso estudo sobre expressivismo matemático, embasando nossas investigações subsequentes.

⁵Em vários sentidos, isso é muito simples; deveríamos especificar quais capacidades contam como linguísticas para os propósitos relevantes. Como se sabe, esse é um problema formidável. Para uma resposta alinhada a nosso projeto, ver Brandom (1994).

⁶Para um modelo formal, ver Gibbard (2003), junto com o excelente comentário de Yalcin (2022). Observe que a aceitação, evidentemente, não precisa ser explícita. Pode ser simplesmente implícita, no sentido que o sistema de normas *explica* o comportamento dos agentes. Esta última ideia pode ser tornada mais precisa de diversos modos, por exemplo, através da “suficiência vocabulário-prática” (Brandom 2008, cap. 1) ou através da teoria da preferência revelada (Binmore 2009, cap. 1).

⁷De fato, essa é uma mudança importante no expressivismo de Gibbard. Ver Gibbard (2003, p. x) para sua mudança de opinião com relação a Gibbard (1990).

⁸Ver Asay (2013, cap. 4) para uma boa análise do que significa uma propriedade ou fato ser metafisicamente substancial.

1.2 Atividade Dedutiva

Nossa proposta com relação à atividade dedutiva é relativamente simples, podendo mesmo ser pensada como um formalismo cru:

Atividade Dedutiva: A atividade dedutiva matemática consiste na *produção de símbolos de modo regrado*.⁹

É claro que essa definição não captura nem o *interesse* da atividade dedutiva—portanto, não a caracteriza enquanto prática—nem o seu *diferencial* com relação a outras formas de produção de símbolos; conforme veremos na próxima seção, nossa hipótese é que esses aspectos são dados pela *construção de modelos*.¹⁰ De qualquer modo, mesmo essa definição empobrecida já nos permite algumas hipóteses interessantes.

Como dissemos, essa atividade produtiva é *regrada*. Em particular, isso implica que não podemos produzir um símbolo cuja produção, de algum modo, abole as regras, permitindo a produção de *qualquer* símbolo. No caso da matemática clássica e intuicionista,¹¹ isso significa não produzir símbolos que permitam a derivação de uma *contradição*,¹² já que, nesses casos, contradições trivializam a produção de símbolos. Isso significa que, nesses casos, ao produzir um dado símbolo, o matemático se compromete a evitar produzir símbolos que o contradigam. Nesse sentido, produzir um símbolo no interior da atividade dedutiva é, justamente, *restringir suas opções de produção posteriores*, isto é, conforme definimos na seção precedente, *aceitar uma norma*. Ou, pelo menos, é essa nossa hipótese:

Hipótese sobre a atividade dedutiva 1: Ao produzir uma dada sequência de símbolos (uma frase), o matemático expressa sua aceitação de que essa sequência restringe os símbolos que ele pode produzir dali em diante.

A ênfase dada à noção de prática aqui permite uma consideração interessante, levantada primeiramente por Dummett. Observe que a atividade dedutiva é, como dissemos, uma *atividade regrada*, o que significa que possui suas próprias normas regendo em quais circunstâncias é *correto* afirmar um dado símbolo. Nesse sentido, a correção de uma afirmação

⁹Um modelo idealizado dessa atividade seria um sistema de produção de Post. Ver Smullyan (1961) para uma introdução.

¹⁰Nesse sentido, ainda que tenhamos simpatia pela posição de Stalnaker (1984), não podemos concordar com ele quando diz que podemos “tratar as proposições matemáticas como essencialmente envolvendo expressões e estrutura semântica ao tê-las como assunto” (Stalnaker 1984, p. 75). O “assunto” da matemática não é dado pela atividade dedutiva.

¹¹O caso paraconsistente é um pouco mais complexo, pois foi projetado justamente para evitar esse tipo de trivialização.

¹²A qual pode ser definida de modo puramente sintático, claro.

matemática é regida aqui pelas *normas* que guiam essa atividade dedutiva. Por outro lado, mesmo sem considerar ainda o aspecto da construção de modelos, essa prática se encontra inserida numa prática linguística mais ampla, segundo a qual a correção de uma afirmação se deve às *condições de verdade* dada pela semântica da língua na qual a afirmação foi proferida. Ora, não é evidente que esses dois critérios de correção de enunciados concordam.¹³ Surge assim o que chamaremos da *Questão de Dummett*:

Questão de Dummett: Como pensar a inserção da atividade matemática dedutiva nas nossas práticas linguísticas mais amplas?

Parte do projeto se concentrará nesta questão, em particular nos argumentos anti-realistas levantados por Dummett na sua resposta a essa questão.

1.3 Construção de Modelos

Como dissemos na seção anterior, pensamos que o *ponto* da prática matemática é dada pela construção de modelos. Esse é, pensamos, o aspecto mais inovador de nossa pesquisa e o mais incipiente. Começemos com uma definição básica:

Construção de modelos: Uma classe de modelos é *construída* pela *interpretação* dos símbolos manipulados na atividade matemática dedutiva.

Para compreender melhor essa atividade interpretativa, formulamos a seguinte hipótese:

Hipótese sobre Interpretação: A atividade interpretativa consiste em duas dimensões. Por uma lado, trata-se de integrar a atividade dedutiva em nossa prática linguística mais ampla, dotando seus símbolos da semântica usual.¹⁴ Por outro lado, trata-se também de selecionar certos desses símbolos interpretados como constituindo as propriedades nucleares da classe de modelos.

A integração da atividade dedutiva em nossa prática linguística mais ampla faz-se necessária para *dotar de sentido* essa manipulação de símbolos. Mas só isso não é suficiente para interpretá-la totalmente, pois, dos símbolos manipulados, nem todos possuem o mesmo estatuto: alguns são tomados como *axiomas*. Isto é, uma vez interpretados, se percebe que os enunciados que compõem a matemática não são uma massa amorfa de teoremas, mas, sim, um sistema hierarquizado, com certas proposições sendo consideradas mais fundamentais que outras. Tais proposições são os axiomas.

¹³O próprio Dummett argumenta que, de fato, para a lógica clássica, esses critérios *não* concordam.

¹⁴Para fins desse projeto, permanecemos agnósticos com relação aos argumentos de Dummett segundo o qual essa semântica é essencialmente anti-realista.

A ideia é simples: os axiomas, enquanto *símbolos interpretados segundo a semântica usual*, servem como princípios que fornecem as propriedades dos objetos que os satisfazem. Sendo que os axiomas são interpretados segundo a semântica usual, muitos deles postulam a existência de objetos (por exemplo, o Axioma da Escolha de ZFC postula a existência de uma função escolha, etc.). Para evitar, no entanto, uma interpretação que atribua comprometimento ontológico a esses axiomas, avançamos a seguinte hipótese:

Hipótese Imaginativa 1: Os axiomas de uma teoria são normas para a construção *imaginativa* de modelos.

Por “construção imaginativa”, não nos referimos aqui à construção de imagens mentais. Trata-se, ao contrário, de um modo de se entreter uma proposição que é epistemicamente neutro com relação a sua verdade.¹⁵ Feita essa ressalva, podemos dizer, assim, que nossos modelos são *construtos imaginários*. Essa proposta pode parecer contra-intuitiva, principalmente ao se considerar o problema da aplicabilidade da matemática:¹⁶

Problema da Aplicabilidade da Matemática: Como explicar o extraordinário sucesso da aplicação da matemática ao mundo real e concreto?

Poderia parecer que, segundo nossa hipótese, a solução para esse problema é impossível. Se os objetos matemáticos são meros construtos imaginários, como podem esclarecer características do mundo real, como a simetria de determinadas partículas? Uma primeira hipótese que propomos para enfrentar essa questão é a seguinte.

Hipótese Imaginativa 2: A imaginação é capaz de nos fornecer conhecimento sobre o mundo real.

Essa é uma hipótese claramente controversa.¹⁷ No caso específico que nos interessa, pensamos que a chave para sua solução se encontra na discussão contemporânea sobre o papel de *modelos* na ciência.¹⁸ Segundo essa literatura, um dos principais objetivos da ciência é a compreensão de padrões de dependências entre entidades e eventos.¹⁹ Tais padrões podem

¹⁵Ver o que Langland-Hassan (2020, pp. ss) chama de “*A-imagining*”. Ver também Williamson (2020, pp. 15ss) para um comentário sobre como a imaginação abarca mais do que simplesmente a criação de imagens mentais.

¹⁶Para uma análise desse problema, ver o livro já clássico de Steiner (1998).

¹⁷Ver Kind e Kung (2016) e Levy e Godfrey-Smith (2020) para duas coletâneas recentes sobre essa hipótese.

¹⁸Essa discussão é bastante tributária, entre outros, aos trabalhos de Cartwright (1983, 1999)—ver Bailer-Jones (2008) para uma discussão a esse respeito. Para uma introdução ao assunto, ver Godfrey-Smith (2003, esp. cap. 12), Weisberg (2013), Gelfert (2016, cap. 1) e Frigg (2022).

¹⁹Ver Khalifa (2017) e Potochnik (2017, esp. cap. 4) para uma discussão sobre a noção de compreensão envolvida.

ser padrões *causais* de dependência, como o de uma força *causando* a aceleração de um dado corpo, ou *estruturais*, como o exemplificado pela lei dos gases ideais.²⁰ Infelizmente, a detecção desses padrões é uma tarefa muito difícil. Os fenômenos raramente se apresentam de modo organizado e, frequentemente, é necessário um trabalho considerável para se determinar quais características dependem de quais outras características. Isso se deve ao fato de que, de modo geral, cada característica que nos interessa depende de *várias* outras características, sendo que tais dependências podem *interferir* umas com as outras.²¹ Desse modo, precisamos de ferramentas para extrair da rede total de dependências o padrão particular de dependências que nos interessa. Tais ferramentas são, precisamente, os *modelos*.

Como observa Godfrey-Smith (2006, p. 734), uma característica central dos modelos é que eles são representações *indiretas* do fenômeno a ser estudado. Isto é, ao invés de simplesmente mergulhar em dados sobre um fenômeno, o pesquisador constrói um objeto (concreto ou abstrato) e procura ler as propriedades relevantes do fenômeno alvo explorando as propriedades do objeto construído.²² Esses objetos, ou *modelos*, precisam tanto se assemelhar nas dimensões relevantes ao fenômeno alvo quanto diferir dele nas dimensões irrelevantes, simplificando-o. Essa simplificação, por sua vez, deve ser controlada, justamente para que não introduza distorções nas dimensões relevantes do fenômeno alvo. Ora, seja qual for o tipo de modelo envolvido (abstrato, concreto ou computacional)²³, parece claro que *o controle dessas propriedades é feito por meio de um estudo das propriedades matemáticas do mesmo*. E isso pode ser feito porque a própria matemática é um estudo controlado de determinadas estruturas—modelos—, *cujo controle é dado pela atividade dedutiva*. Chegamos assim à hipótese central desta seção:

Hipótese Imaginativa 3: No caso específico da matemática, a imaginação fornece conhecimento de modo similar ao da ciência, isto é, ao nos fornecer *modelos*, isto é, objetos simplificados que nos permitem controlar de maneira precisa dependências entre propriedades de um dado sistema.²⁴ Esse controle preciso é fornecido pela atividade dedutiva.

²⁰Essa é uma distinção controversa. Alguns, como Potochnik (2017, cap. 2), argumentam que dependências estruturais são um tipo específico de dependência causal, sob uma concepção bastante ampla de causalidade. Outros, como Lange (2017), sustentam que são dependências distintas. Por fim, há aqueles, como Skow (2016), que negam a existência de dependências estruturais. Operaremos aqui com a hipótese de que há dependências estruturais, mas sem considerar seu caráter específico.

²¹Para um exemplo, ver a análise de Potochnik (2017, p. 37ss) do Atlas do Sistema da Obesidade.

²²Observe que esses objetos podem muito bem ser concretos, como o modelo da Bahia de São Francisco analisado por Weisberg (2013, caps. 1 e 2) ou os modelos utilizados pelos geômetras para se estudar os sólidos. De fato, é possível que a palavra “modelo” derive destes modelos concretos. Ver Müller (2009) para uma história tanto dos usos da palavra “modelo” como da própria noção de modelo.

²³Novamente, ver Weisberg (2013) para uma tipologia de modelos.

²⁴A ideia de que as matemáticas nos fornecem modelo parece estar intimamente relacionada com a função de uma teoria fundacional de fornecer isso que Maddy (2019) chama de uma *arena generosa* para a exploração

2 Objetivos

Conforme a discussão precedente, podemos resumir nossos objetivos nas seguintes questões:

Expressivismo: Como caracterizar a posição expressivista segundo a qual os enunciados matemáticos caracterizam normas para uma prática discursiva particular?

Atividade dedutiva: Como caracterizar a prática discursiva de manipulação de símbolos que constitui um dos aspectos da prática matemática? Em especial, como responder à questão de Dummett sobre a inserção desta prática em um contexto discursivo mais amplo?

Construção de modelos: Como caracterizar a produção imaginativa de modelos de modo a, por um lado, explicar como *interpretamos* os símbolos manipulados na atividade dedutiva e, por outro, explicar a aplicação das matemáticas nas ciências?

Esperamos que cada uma dessas investigações resulte em pelo menos um artigo a ser publicado em revistas especializadas e de alto impacto. Além disso, cabe notar que já temos experiência com a organização de colóquios internacionais (envolvendo pesquisadores de Harvard, UCLA, entre outras universidades prestigiadas), sendo que pelo menos um destes resultou em livro,²⁵ experiência que pretendemos utilizar para organizar pelo menos um evento internacional na USP sobre fundamentos da matemática, o qual também pretendemos que resulte em um livro.

3 Materiais e Métodos

Nossa metodologia consistirá na revisão bibliográfica, apresentação de trabalhos em seminários e conferências, além de exposições em cursos de pós-graduação.

4 Cronograma

Dividimos nossa atuação segundo os três anos disponibilizados pela bolsa:

Primeiro ano: Investigação sobre a questão expressivista, com a elaboração de pelo menos um artigo sobre o tema, versando sobre a caracterização precisa do expressivismo.

de modelos. Pretendemos desenvolver esse paralelo durante este projeto.

²⁵O colóquio “60 years of *Word and Object*”, que resultou num volume sob contrato pela Cambridge University Press.

Segundo ano: Investigação sobre a atividade dedutiva, com a elaboração de pelo menos dois artigos sobre o tema, um versando sobre nossa caracterização da atividade dedutiva e outro explorando a questão de Dummett.

Terceiro ano: Investigação sobre a construção de modelos, com a elaboração de pelo menos dois artigos sobre o tema, um versando sobre nossa interpretação mais geral sobre a atividade imaginativa envolvida, outro comparando essa abordagem com questões fundacionais mais amplas, tais como as destacadas por Maddy (2019). Organização de um colóquio sobre fundamentos da matemática.²⁶

5 Disseminação e avaliação

Durante o trabalho, pretendemos apresentar resultados parciais em colóquios e eventos dedicados ao tema. De fato, pretendemos organizar pelo menos um tal evento (possivelmente virtual) na instituição sede durante o período de vigência desta bolsa, a fim de reunir os principais estudiosos do assunto, tanto no âmbito nacional como internacional, para se discutir as hipóteses aqui propostas. Se espera que essas discussões se revertam em artigos a serem publicadas em revistas especializadas e internacionais de alto impacto, além de um livro com as atas do evento a ser organizado.

A organização e participação de eventos é importante não só para divulgarmos os resultados do nosso trabalho, mas também como forma de aferição desses resultados perante a comunidade de pesquisadores. Similarmente, a submissão de artigos a revistas especializadas e que contam com um sistema de avaliação por pares também é de importância como modo de validação dos nossos resultados.

Bibliografia

- ASAY, Jamin. *The Primitivist Theory of Truth*. Cambridge: Cambridge University Press, 2013.
- BAILER-JONES, Daniela. “Standing Up Against Tradition: Models and Theories in Nancy Cartwright’s Philosophy of Science”. Em: *Nancy Cartwright’s Philosophy of Science*. Ed. por Stephan HARTMANN, Carl HOEFER e Luc BOVENS. London: Routledge, 2008, pp. 17–37.
- BINMORE, Kenneth George. *Rational Decisions*. Princeton: Princeton University Press, 2009.

²⁶Alguns possíveis participantes do colóquio: Rodrigo Freire (UnB), Edécio Gonçalves (USP), Anderson Nakano (PUC-SP), Penelope Maddy (UCI), Tim Button (UCL), Juliette Kennedy (Universidade de Helsink), Gila Sher (UCSD), entre outros.

- BRANDOM, Robert Boyce. *Making It Explicit: Reasoning, Representing, and Discursive Commitment*. Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press, 1994.
- *Between Saying and Doing: Towards an Analytic Pragmatism*. Oxford: Oxford University Press, 2008.
- CARNAP, Rudolf. “Abraham Kaplan on Value Judgments”. Em: *The Philosophy of Rudolf Carnap*. Ed. por Paul Arthur SCHILPP. Chicago: Open Court, 1963, pp. 999–1013.
- CARTWRIGHT, Nancy. *How the Laws of Physics Lie*. Oxford: Oxford University Press, 1983.
- *The Dappled World: A Study of the Boundaries of Science*. Cambridge: Cambridge University Press, 1999.
- FLOCKE, Vera. “Carnap’s Noncognitivism about Ontology”. Em: *Noûs* 54.3 (2020), pp. 527–548.
- FRIGG, Roman. *Models and Theories: A Philosophical Inquiry*. New York: Routledge, 2022.
- GELFERT, Axel. *How to Do Science With Models: A Philosophical Primer*. New York: Springer, 2016.
- GIBBARD, Allan Fletcher. *Wise Choices, Apt Feelings: A Theory of Normative Judgment*. Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press, 1990.
- *Thinking How to Live*. Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press, 2003.
- GILBERT, Margaret. *On Social Facts*. Princeton: Princeton University Press, 1989.
- GODFREY-SMITH, Peter. *Theory and Reality: An Introduction to the Philosophy of Science*. Chicago: The University of Chicago Press, 2003.
- “The Strategy of Model-Based Science”. Em: *Biology and Philosophy* 21 (2006), pp. 725–740.
- GRICE, Herbert Paul. “Meaning”. Em: *Studies in the Way of Words*. Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press, 1957/1989, pp. 213–223.
- HARRIS, Daniel W. “Gricean Communication, Natural Language, and Human Evolution”. Em: *Evolutionary Pragmatics*. Ed. por Bart GEURTS e Richard MOORE. Oxford: Oxford University Press, no prelo.
- KHALIFA, Kareem. *Understanding, Explanation, and Scientific Knowledge*. Cambridge: Cambridge University Press, 2017.
- KIND, Amy e Peter KUNG, eds. *Knowing by Imagining*. Oxford: Oxford University Press, 2016.
- LANGE, Marc. *Because Without Cause: Non-Causal Explanations in Science and Mathematics*. New York: Oxford University Press, 2017.
- LANGLAND-HASSAN, Peter. *Explaining Imagination*. Oxford: Oxford University Press, 2020.
- LEVY, Arnon e Peter GODFREY-SMITH, eds. *The Scientific Imagination: Philosophical and Psychological Perspectives*. Oxford: Oxford University Press, 2020.

- MACINTYRE, Alasdair Chalmers. *After Virtue: A Study in Moral Theory*. 3^a ed. Notre Dame: University of Notre Dame Press, 1981/2007.
- MADDY, Penelope. “What Do We Want a Foundation to Do?” Em: *Reflections on the Foundations of Mathematics: Univalent Foundations, Set Theory and General Thoughts*. Ed. por Stefania CENTRONE, Deborah KANT e Deniz SARIKAYA. New York: Springer, 2019, pp. 293–311.
- MÜLLER, Roland. “The Notion of a Model: A Historical Overview”. Em: *Philosophy of Technology and Engineering Sciences*. Ed. por Anthonie MEIJERS. Amsterdam, Boston: Elsevier, 2009, pp. 637–664.
- POTOCHNIK, Angela. *Idealization and the Aims of Science*. Chicago: The University of Chicago Press, 2017.
- PRICE, Huw. “From non-cognitivism to global expressivism: Carnap’s unfinished journey?” Em: *Carnap Handbuch*. Ed. por Christian DAMBOCK e Georg SCHIEMER. Stuttgart: Metzler Verlag, no prelo.
- SKOW, Bradford. *Reasons Why*. New York: Oxford University Press, 2016.
- SMULLYAN, Raymond Merrill. *Theory of Formal Systems*. Princeton: Princeton University Press, 1961.
- STALNAKER, Robert Culp. *Inquiry*. Cambridge, Massachusetts: MIT, 1984.
- STEINER, Mark. *The Applicability of Mathematics as a Philosophical Problem*. Harvard University Press, 1998.
- THOMPSON, Michael. *Life and Action: Elementary Structures of Practice and Practical Thought*. Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press, 2008.
- WEISBERG, Michael. *Simulation and Similarity: Using Models to Understand the World*. New York: Oxford University Press, 2013.
- WILLIAMSON, Timothy. *Suppose and Tell: The Semantics and Heuristics of Conditionals*. Oxford: Oxford University Press, 2020.
- WITTGENSTEIN, Ludwig. *Philosophical Investigations*. 3^a ed. Oxford: Basil Blackwell, 1953/1967.
- YALCIN, Seth. “Modeling with Hyperplans”. Em: *Meaning, Decision, and Norms: Themes from the Work of Allan Gibbard*. Ed. por Billy DUNAWAY e David PLUNKETT. Ann Arbor: Michigan Publishing, 2022, pp. 271–303.